УДК 004.056.5

МАРКОВСЬКИЙ О.П.,
ТЕРЕЩЕНКО С.Ю.

МЕТОД КОРЕКЦІЇ ПОДВІЙНИХ ПОМИЛОК В КАНАЛАХ ПЕРЕДАЧІ ЦИФРОВИХ ДАНИХ ЗІ СПЕКТРАЛЬНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Стаття присвячена проблемі підвищення ефективності виправлення двократних помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією за рахунок спрощення та прискорення обчислень, пов'язаних з корекцією помилок.

В роботі запропоновано, теоретично обґрунтовано і досліджено підхід до корекції багатократних помилок в каналах зі спектральною модуляцією на основі позиційних корегуючих сум, що дозволяє визначати позиції спотворених символів та вектори їх спотворення без перебору всіх символів блоку. Детально представлено математичну ідею методу та процедури виявлення та корекції помилок. Використання процедури корекції помилок ілюструється прикладами. Наведено теоретичні та експериментальні оцінки ефективності запропонованого методу.

The paper is dedicated to the efficiency improving of double error correction of data transmission in channels with spectral modulation by simplifying and accelerating the computations associated with error correction.

The paper presents a theoretically grounded and investigated approach of double errors correction in channel with spectral modulation based on positional correcting sums that allows to determine the positions of distorted symbols and their distortion vectors without enumeration through all the symbols of block. The method mathematical basis and procedure of errors detecting and correcting are presented in detail. The use of the procedure error correction is illustrated via the thorough presentation of an example of erroneous data transmission. The theoretical and experimental estimations of effectiveness of proposed method are given.

Вступ

Розвиток розподілених комп'ютерних систем в останнє десятиліття стимулювався, головним чином, потужним прогресом засобів передачі даних між їх компонентами. Чільне місце в сучасних технологій передачі даних в комп'ютерних мережах та розподілених системах займають канали передачі зі спектральною модуляцією. Цифрові дані в таких каналах передаються посимвольно і на фізичному рівні передача символу співвідноситься з відповідною стрибкоподібною зміною фази та амплітуди несучого синусоідального сигналу [1].

Продуктивність розподіленої обробки даних значною мірою визначається швидкістю обміну даними між компонентами комп'ютерних систем. Тому, в найближчій перспективні, швидкість передачі даних буде зростати, в тому числі і за рахунок зменшення надійності, маючи на увазі те, що воно, в принципі, може бути скомпенсоване використанням більш потужних методів виправлення помилок [2].

Відповідно, зростання швидкості обміну цифровими даними між компонентами комп'ютерних систем диктує необхідність вдосконалення існуючих і створення нових методів та засобів виправлення помилок, що виникають при передачі цифрових даних.

Таким чином, наукова задача прискорення підвищення ефективності корекції помилок даних в каналах передачі даних зі спектральною модуляцією з огляду на сучасний стан розвитку технологій комп'ютерної обробки інформації є актуальною.

Аналіз існуючих способів корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією

Вважаючи на практичну важливість проблеми виправлення помилок передачі даних в бездротових каналах, на які вливають зовнішні електромагнітні завади, до теперішнього часу створено ряд методів корекції помилок передачі символів [3].

Ефективність засобів корекції помилок характеризується через три групи критеріїв:

– функціональні, що характеризують здатність вирішувати задачу виявлення та виправлення помилок;

– обчислювальні, що характеризують реалізацію корекції на програмному та апаратному рівнях;

– інформаційні, що характеризують рівень інформаційної надлишковості для виправлення помилок.

До функціональних критеріїв відносяться:

1) кратність помилок, що можуть бути гарантовано виправлені без повторної передачі;

2) ймовірності виправлення помилок кратності, більшої за гарантовану;

3) кратність помилок, які гарантовано виявляються.

До розряду обчислювальних критеріїв відносяться:

1) обчислювальна та часова складність обчислювальних процедур виявлення та корекції помилок,

2) часова складність обчислювальних процедур виявлення та корекції помилок,

3) складність апаратних засобів корекції помилок.

В якості інформаційного критерію ефективності засобів корекції помилок найчастіше виступає кількість контрольних розрядів, що передаються разом з блоком даних.

Динаміка розвитку технологій передачі даних має наслідком зміщення акцентів значимості наведених критеріїв ефективності методів контролю помилок. Багатократне підвищення швидкості передачі зумовлює зростання значимості оцінки обчислювальної складності операцій декодування, виявлення помилок та їх корекції, яка визначає можливість виконання цих операцій в темпі передачі. Цей же чинник знижує значимість, як критерію ефективності, числа контрольних розрядів, що додатково передаються.

Стосовно каналів передачі даних зі спектральною модуляцією засоби корекції помилок мають локалізувати спотворені при передачі дані, а також визначити вектори спотворення кожного із пошкоджений символів.

Якщо вважати, що інформаційний блок B містить $n=2^k$-1 m-розрядних канальних символів $B=\{X_1, X_2,...,X_n\}$, кожен j-тий ($j\in\{1,..,n\}$ з яких X_j передається одним канальним сигналом і складається з m бітів: $X_j=\{x_{j1},x_{j2},...,x_{jm}\}$, $\forall i\in\{1,..,m\}$: $x_{ji}\in\{0,1\}$, то теоретичний мінімум k_m кількості контрольних розрядів, потрібних для виправлення h спотворених символів становить:

$$k_m = h\cdot(\log_2 n + \log_2 m) \qquad (1)$$

Класичним засобом виправлення багатократних помилок в каналах зі спектральною модуляцією є корегуючі коди Ріда-Соломона [4]. Ці коди являють собою недвійкові циклічні коди, що здатні виправляти довільку кількість h спотворених при передачі символів з використанням $2\cdot h$ контрольних символів. Використання кодів накладає обмеження на довжину блоку:

$$n \le 2^m - 1 \qquad (2)$$

Таким чином, при урахуванням обмеження (2), кількість контрольних символів в кодах Ріда-Соломона відповідає теоретичному мінімуму.

Найбільш суттєвим недоліком кодів Ріда-Соломона вважається [3] висока обчислювальна та часова складність. Це зумовлено тим, що для розв’язання системи нелінійних рівнянь на полях Галуа, до якого в математичному сенсі, зводиться локалізація помилок та визначення векторів спотворень, використовується авторегресійна технологія, яка фактично реалізується перебором всіх n символів блоку.

Час T_0 виконання виявлення помилок для кодів Ріда-Соломона визначається формулою:

$$T_o = 2\cdot h\cdot n\cdot(t_m + t_{XOR}), \qquad (3)$$

де t_m – час виконання множення на полях Галуа, t_{XOR} – час виконання операції додавання за модулем 2. Враховуючи, що операція множення складається з m циклів зсуву та додавання за модулем 2, обчислювальна складність виявлення помилок складає $O(8\cdot h\cdot n\cdot m)$.

Процес корекції помилок включає розв’язання двох систем з h лінійних рівнянь та обчислення синдрому наявності помилки для кожного з символів блоку, так, що загальний час корекції оцінюється формулою [3]:

$$T_s = (n\cdot h + 8\cdot h^2)\cdot(t_m + t_{XOR}) \qquad (4)$$

Відповідно, обчислювальна складність операцій, пов’язаних з корекцією помилок становить $O(n\cdot m\cdot h^2)$.

В сучасних умовах збільшення швидкості передачі, розрядності символів та довжини блоку, використання кодів Ріда-Соломона не забезпечує для багатьох важливих для практики застосувань можливість корекції в темпі передачі даних.

Ціллю дослідження є розробка методу прискореної корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією та спрощення апаратної реалізації корекції.

Метод корекції двох помилок з використанням позиційних корегуючих кодів

Основним резервом досягнення поставленої мети є збільшення кількості контрольних розрядів, що передаються приймачу разом з інформаційним блоком. В роботі [6] була започаткована ідея використання для корекції багатократних помилок позиційних корегуючих кодів. Суть цієї ідеї полягає в тому, що контрольний код складається з сум позицій підмножини інформаційних об'єктів так, що при виникненні помилки змінюється підмножина позицій об'єктів. Відповідно, різниці контрольних сум на передавачеві та приймачеві утворюють систему лінійних рівнянь, компонентами якої є позиції спотворених помилками об'єктів.

Ідея може бути конкретизована для каналів передачі даних зі спектральною модуляцією.

Для виявлення багатократних помилок і гарантованого виправлення двох помилок пропонується метод, яких передбачає передачу разом з інформаційним блоком контрольного блоку, який складається з $2\cdot k+1$ компонентів: $C=\{C_0,C_1,C_2,...,C_k, S_1,S_2,...,S_k\}$.

Нульову компоненту контрольного коду C_0 пропонується обчислювати у вигляді суми за модулем 2 всіх символів блоку:

$$C_0 = X_1 \oplus X_2 \oplus ... \oplus X_n \qquad (5)$$

Кожен j-тий номер символу X_j блоку B може бути представлений у вигляді двійкового k-розрядного коду: $j = j_1 + j_2\cdot 2 + j_3\cdot 2^2 +...+j_k\cdot 2^{k-1}$. Друга компонента C_1 у являє собою суму за модулем 2 тих символів блоку B, молодший розряд номерів котрих дорівнює одиниці:

$$C_1 = \bigoplus_{j=1}^{n} j_1 \cdot X_j \qquad (6)$$

Аналогічно, кожна l-та компонента контрольного коду C_l, $l = 1,...,k$ обчислюється як сума по модулю 2 лише тих символів блоку даних B, l-тий розряд номери яких дорівнює одиниці:

$$C_l = \bigoplus_{j=1}^{n} j_l \cdot X_j \qquad (7)$$

Компоненти контрольного коду $S_1,S_2,...,S_k$ формуються з використанням лінійної згортки.

Лінійна згортка $\lambda(Y)$ m-розрядного коду $Y=\{y_1,y_2,...,y_m\}$, де $\forall j\in\{1,2,...,m\}$: $y_j\in\{0,1\}$ являє собою h-розрядний ($h=\lfloor \log_2 m \rfloor$) код $Z=\{z_1,z_2,...,z_h\}$, причому, молодший розряд z_1 коду згортки формується як сума за модулем два всіх двійкових розрядів коду Y:

$$z_1 = \bigoplus_{j=1}^{m} y_j \qquad (8)$$

Другий розряд z_2 коду лінійної згортки Z формується як сума за модулем два всіх розрядів коду Y, номери яких мають одиницю в другому розряді, третій розряд z_3 коду згортки являє собою суму за модулем 2 всіх тих розрядів коду Y, номери яких мають одиницю в третьому розряді. Загалом, l-тий розряд z_l, $l\in\{2,3,...,h\}$ коду лінійної згортки формується згідно наступної формули:

$$z_l = \bigoplus_{j=1}^{m} y_j \cdot ((j \bmod 2^{l-1})/2^{l-2}) \qquad (9)$$

Наприклад, якщо $Y=\{1,0,1,1,0,1,0,1\}$, то $z_1 = 1\oplus 0\oplus 1\oplus 1\oplus 0\oplus 1\oplus 0\oplus 1=1$, $z_2 = 0\oplus 1\oplus 1\oplus 1 = 1$, $z_3 = 0\oplus 1\oplus 0\oplus 1 = 0$, $Z=\lambda(Y) = \{1,1,0\}$.

Головна властивість коду лінійної згортки $\lambda(Y)$ полягає в тому, щоб при будь-якій зміні коду Y зазнає змін його лінійна згортка.

Кожну l-ту компоненту S_l контрольного коду, $l=1,...,k$ пропонується обчислювати як суму за модулем 2 поліноміальних добутків лінійних згорток символів блоку даних B, l-тий розряд порядкових номерів в блоці яких дорівнює одиниці, на їх номери:

$$S_j = \bigoplus_{j=1}^{m} (\lambda(X_j) \otimes j)\cdot j_l \qquad (10)$$

Запропонований спосіб формування контрольного коду може бути ілюстровано наступним прикладом. Нехай передається блок з 7-ми символів, що нумеруються від одиниці до семи: $B = \{0101, 1011, 1100, 1001, 1111, 1101, 0011\}$. Для цього прикладу розрядність символів $m=4$, кількість символів в блоці $n=2^3-1=7$, розрядність порядкового номеру символів в блоці $k=3$.

Нульова компонента контрольного коду C_0 згідно (5) обчислюється як логічна сума : $C_0 = 0101\oplus 1011\oplus 1100\oplus 1001\oplus 1111\oplus 1101\oplus\ 0011 = 1010$. Компонента C_1 обчислюється згідно (6) як логічна сума тих символів, молодший розряд номерів яких дорівнює одиниці: $C_1 = X_1\oplus X_3\oplus X_5\oplus X_7 = 0101\oplus\ 1100\oplus 1111\oplus 0011 = 0101$. Аналогічно, компонента C_2 обчислюється як логічна сума тих символів другий розряд номеру яких дорівнює одиниці: $C_2 = X_2\oplus X_3\oplus X_6\oplus X_7 = 1011\oplus\ 1100\oplus 1101\oplus 0011 = 1001$. Код компоненти C_3 являє собою суму за модулем 2 символів, старший розряд номеру яких дорівнює одиниці: $C_3 = X_4\oplus X_5\oplus X_6\oplus X_7 = 1001\oplus\ 1111\oplus 1101\oplus 0011 = 1000$. Лінійні згортки символів блоку утворюють множину:

{00,01,10,10,00,11,10}. Відповідно з (10) код S_1 формується як сума поліноміальних добутків згорток символів, молодший розряд номеру яких дорівнює одиниці на самі ці номери, тобто: $S_1=\lambda(X_1)\otimes 1 \oplus \lambda(X_3)\otimes 3 \oplus \lambda(X_5)\otimes 5 \oplus \lambda(X_7)\otimes 7 = 00\otimes 001 \oplus 10\otimes 011 \oplus 00\otimes 101 \oplus 10\otimes 111 = 0110 \oplus 1110 = 1001$. Аналогічно, $S_2=\lambda(X_2)\otimes 2 \oplus \lambda(X_3)\otimes 3 \oplus \lambda(X_6)\otimes 6 \oplus \lambda(X_7)\otimes 7 = 01\otimes 010 \oplus 10\otimes 011 \oplus 11\otimes 110 \oplus 10\otimes 111 = 010 \oplus 110 \oplus 1010 \oplus 1110 = 0$; $S_3=\lambda(X_4)\otimes 4 \oplus \lambda(X_5)\otimes 5 \oplus \lambda(X_6)\otimes 6 \oplus \lambda(X_7)\otimes 7 = 10\otimes 100 \oplus 00\otimes 101 \oplus 11\otimes 110 \oplus 10\otimes 111 = 1000 \oplus 1010 \oplus 1110 = 1100$.

Позначимо компоненти контрольного коду, обчислені на стороні передавача як $C_{S,0}$, $C_{S,1}$, C_{S2},...,$C_{S,k}$, $S_{S,0}$, $S_{S,1}$, S_{S2},...,$S_{S,k}$, а компоненти контрольного коду, обчислені приймачем за прийнятим блоком, як $C_{R,0}$, $C_{R,1}$, C_{R2},...,$C_{R,k}$, $S_{R,0}$, $S_{R,1}$, S_{R2},...,$S_{R,k}$. На стороні приймача обчислюються різниці контрольних кодів:

$$\begin{aligned} &\Delta_0 = C_{S,0} \oplus C_{R,j} \\ &\forall j = 1,..,k : \Delta_j = C_{S,j} \oplus C_{R,j} \\ &\delta_j = S_{S,j} \oplus S_{R,j} \end{aligned} \tag{11}$$

Очевидно, що в разі, коли жоден з символів блоку не зазнав спотворення при передачі, всі різниці дорівнюють нулю: $\forall j=0,...,k$: $\Delta_j=0$.

В разі спотворення лише одного q-го символу блоку, $q\in\{1,2,...,n\}$, на стороні приймача код цього символу $X_{R,q}$ відрізняється від відповідного символу на передавачеві $X_{S,q}$, так, що вектор спотворення $\Delta X_q = X_{R,q} \oplus X_{S,q} \neq 0$. Очевидно, що коди різниць в разі спотворення одного символу визначаються наступним чином: $\Delta_0 = \Delta X_q$, $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: $\Delta_j = 0$, якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює нулю: $q_j = 0$ і $\Delta_j = \Delta X_q$, якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює одиниці: $q_j = 1$. Таким чином, за кодами перших $k+1$ різниць Δ_0 Δ_1,...,Δ_k однозначно визначаються код вектору спотворення символу: $\Delta X_q = \Delta_0$ та розряди q_1,q_2,...,q_k номеру q спотвореного при передачі символу: $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: $q_j = 0$ якщо $\Delta_j=0$, $q_j = 1$, якщо $\Delta_j \neq 0$. Відповідно, виправлення спотвореного символу виконується у вигляді: $X_q = X_{R,q}\oplus\Delta X_q$. Сама ситуація виникнення однократної помилки визначається на умовою: $\forall j\in\{1,2,..,k\}$: $\Delta_j\in\{0,\Delta_0\}$.

В разі спотворення при передачі пари символів, що мають в блоці порядкові номери q та p, причому $p < q$, постає задача визначення як самих позицій q і p, так і векторів спотворень обох символів ΔX_q та ΔX_p.

Якщо вектори спотворень обох пошкоджених при передачі символів відрізняються, тобто $\Delta X_q \neq \Delta X_p$, ця задача вирішується доволі просто. Код різниці нульових компонентів контрольного коду в цій ситуації дорівнює в цій ситуації значення: $\Delta_0 = \Delta X_p \oplus \Delta X_q \neq 0$. Кожна j-та різниця, $j\in\{1,2,..,k\}$, k компонентів контрольного коду може приймати лише 4 значення:

– $\Delta_j = 0$, якщо j-ті розряди q_j і p_j номерів q та p дорівнюють нулю: $q_j = p_j = 0$;

– $\Delta_j = \Delta_0 = \Delta X_p \oplus \Delta X_q$, якщо j-ті розряди q_j і p_j номерів q та p дорівнюють одиниці: $q_j = p_j = 1$;

– $\Delta_j = \Delta X_p$ якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює нулю, а j-тий розряд p_j номеру p дорівнює одиниці: $q_j = 0$, $p_j = 1$;

– $\Delta_j = \Delta X_q$ якщо j-тий розряд q_j номеру q дорівнює одиниці, а j-тий розряд p_j номеру p дорівнює нулю: $q_j = 0$, $p_j = 1$.

Відповідно, процедура відновлення номерів q та p пошкоджених символів представлена у вигляді наступної послідовності дій:

1) Встановити індекс j поточного розряду номеру в k: $j = k$, прапорець f виявлення першого розряду, в якому різняться коди q та p встановлюється в нуль: f=0.

2) Якщо $\Delta_j = 0$, то j-ті розряди p та q встановлюються в нулі, $p_j = 0$, $q_j = 0$. Перехід на п.6.

3) Якщо $\Delta_j = \Delta_0$, то j-ті розряди p та q встановлюються в 1: $p_j = 1$, $q_j = 1$. Перехід на п.6.

4) Якщо $\Delta_j \neq \Delta_0$, $\Delta_j \neq 0$ і $f = 0$, то j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, $q_j = 1$, $p_j = 0$, $\Delta X_q = \Delta_j$ і f=1. Перехід на п.6.

5) Якщо $\Delta_j \neq \Delta_0$,$\Delta_j \neq 0$ і $f = 1$, то, якщо $\Delta_j = \Delta X_q$, j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, $q_j = 1$, $p_j = 0$, інакше j-тий розряд p встановлюється в одиницю, а j-тий розряд q встановлюється в нуль, $p_j = 1$, $q_j = 0$.

6) Декремент індексу поточного розряду номеру $j = j - 1$. Якщо $j > 0$, то повернення на виконання п.2.

7) Визначення вектору $\Delta X_p = \Delta_0 \oplus \Delta X_q$. Корекція пошкоджених символів: $X_p = X_{R,p}\oplus\Delta X_p$; $X_q = X_{R,q}\oplus\Delta X_q$. Кінець.

Конструктивність розробленої процедури визначається тим, що в силу того, що номери q та p обов'язково розрізняються, причому $q>p$, то в старшому розряді, в якому ці коди відмінні відповідний розряд q дорівнює нулю, а однойменний розряд p дорівнює одиниці. Це значить, що обов'язково виконується п.4 наведеної вище процедури, який визначення вектор спотворення q-го символу – ΔX_q.

Наведена процедура корекції двох спотворених при передачі символів блоку за умови, що вектори їх спотворення відрізняються може бути ілюстрована наступним чином. Якщо припустити, що в рамках наведеного вище прикладу спотворені 4-й та 6-й символи (q=6, p=4), причому вектор першого із спотворених символів ΔX_p = 1100, а другого ΔX_q = 1001, то прийнятий блок B={ 0101, 1011, 1100, **0101**, 1111, **0100**, 0011}. Значення обчислених на стороні приймача перших k+1 компонентів контрольного коду становлять: $C_{R,0}$= 0101⊕1011⊕1100⊕**0101**⊕1111⊕**0100**⊕0011=1111, $C_{R,1}$=0101⊕ 1100⊕1111⊕0011 = 0101; $C_{R,2}$=1011⊕1100⊕**0100**⊕0011 = 0000; $C_{R,3}$= **0101**⊕ 1111⊕**0100**⊕0011 = 1101. Відповідно, Δ_0= 0101; Δ_1=0000; Δ_2=1001; Δ_3=0101.

Згідно п.1 наведеної вище процедури, індекс j=3, f=0. Так як Δ_3=0101=Δ_0, то згідно з п. 3 процедури старші розряди номерів пошкоджених символів дорівнюють одиниці: p_3=1 і q_3=1. При j=2 виконуються умови п.4 процедури: $\Delta_2 \neq \Delta_0$, $\Delta_2 \neq 0$ і f = 0: відповідно 2-тий розряд q встановлюється в одиницю, 2-тий розряд p встановлюється в нуль, q_j = 1, p_j = 0, $\Delta X_q = \Delta_2$ = 1001 і f=1. При j=1 виконується умова п.2 процедури: Δ_1=0, відповідно згідно з п.2 p_1=1 і q_1=1. Таким чином, позиції пошкоджених при передачі визначено: q=6, p=4. Останнім п.7 визначається вектор спотворення 4-го символу: $\Delta X_4 = \Delta_0 \oplus \Delta X_6$ = 0101⊕1001=1100 та відновлюються символи: $X_4 = X_{R,4} \oplus \Delta X_4$= 0101⊕1100 =1001, $X_6 = X_{R,6} \oplus \Delta X_6$= 0100⊕1001 = 1101.

Якщо вектори спотворень обох пошкоджених символів однакові, тобто $\Delta X_p = \Delta X_q$, то Δ_0=0 і для корекції використовуються різниці $\delta_1,\delta_2,...,\delta_k$ компонентів $S_1,S_2,...,S_k$. Процедура корекція пари символів з порядковими номерами p та q, причому q>p полягає в виконанні наступної послідовності дій:

1) Встановити індекс j поточного розряду номеру в k: $j = k$, прапорець f виявлення першого розряду, в якому різняться коди q та p встановлюється в нуль: f=0.

2) Якщо δ_j = 0, то j-ті розряди p та q встановлюються в нулі, p_j = 0, q_j = 0. Перехід на п.6.

3) Якщо $\delta_j \neq 0$, а Δ_j = 0, то j-ті розряди p та q встановлюються в одиниці, p_j = 1, q_j = 1. Перехід на п.6.

4) Якщо $\delta_j \neq 0$, $\Delta_j \neq 0$ і f = 0, то j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p встановлюється в нуль, q_j = 1, p_j = 0, $\Delta X_q = \Delta_j$, збереження значення δ_j в змінній d: $d = \delta_j$, установка прапорця f=1 Перехід на п.6.

5) Якщо $\delta_j \neq 0$, $\Delta_j \neq 0$ і f = 1, то, якщо $\delta_j = d$, j-тий розряд q встановлюється в одиницю, j-тий розряд p – в нуль, q_j = 1, p_j = 0, інакше j-тий розряд p встановлюється в одиницю, а j-тий розряд q – в нуль, p_j = 1, q_j = 0.

6) Декремент індексу поточного розряду номеру $j = j - 1$. Якщо j > 0, то перехід на п.2.

7) Визначення вектору $\Delta X_p = \Delta X_q$. Корекція пошкоджених символів: $X_p = X_{R,p} \oplus \Delta X_p$; $X_q = X_{R,q} \oplus \Delta X_q$. Кінець.

Процедура корекції двох однаково спотворених символів блоку може бути ілюстрована наступним чином. Якщо припустити, що в рамках наведеного вище прикладу спотворені 3-й та 6-й символи (q=6, p=3), причому вектори спотворення обох символів обох символів дорівнюють $\Delta X_p = \Delta X_q$ =1001, то прийнятий блок має вигляд B={ 0101,1011,**0101**,1001,1111, **0100**, 0011}. Значення обчислених на стороні приймача $2 \cdot k$+1 компонентів контрольного коду становлять: $C_{R,0}$= 1010, $C_{R,1}$= 1101; $C_{R,2}$=1001; $C_{R,3}$= 0001, $S_{R,1}$=1111, $S_{R,2}$= 1010, $S_{R,3}$= 0. Відповідно, Δ_0= 0; Δ_1=1001; Δ_2=0; Δ_3=1001, δ_1 = 110; δ_2 =1010; δ_3 = 1100.

Згідно п.1 наведеної вище процедури, індекс j=3, f=0. Так як δ_3 = 1100≠0, Δ_3=1001≠0 і f=0, то згідно з п. 4 процедури старший розряд більшого номеру q дорівнює одиниці: q_3=1, старший розряд меншого номеру p дорівнює нулю: p_3=1; в змінній d фіксується значення δ_3 = 1100, f=1. При j=2 виконуються умови п.3 процедури: Δ_2=0, $\delta_2 \neq 0$: відповідно p_2=1 і q_2=1. При j=1 виконується умова п.5 процедури: $\delta_1 = 110 \neq 0$, $\Delta_1 = 1001 \neq 0$ і f = 1, при цьому $\delta_1 = 110 \neq d$=1100, відповідно молодший розряд p встановлюється в одиницю, а молодший розряд q встановлюється в нуль, p_j = 1, q_j=0. Таким чином, позиції пошкоджених при передачі визначено: q=6, p=3. Останнім п.7 визначається вектор спотворення 3-го символу: $\Delta X_3 = \Delta X_6$ = 1001 та відновлюються спотворені символи: $X_3 = X_{R,3} \oplus \Delta X_3$= 0101⊕1001 = 1100, $X_6 = X_{R,6} \oplus \Delta X_6$= 0100⊕1001 = 1101.

Аналіз ефективності

Запропонований метод корекції двократних помилок передачі даних в каналах зі спектральною модуляцією дозволяє виправляти до 2-х помилок, що відповідає сучасним вимогам [2].

Головна перевага методу у порівнянні з кодами Ріда-Соломона полягає в суттєвому зменшенні обчислювальної складності процесу корекції двох символів. Як слідує з наведеного алгоритму корекції, кількість операцій для локалізації спотворених символів не перевищує розрядності номеру, тобто обчислювальна складність корекції становить $O(\log_2 n)$.

Згідно з формулою (4) обчислювальна складність процедури корекції для кодів Ріда-Соломона становить $O(n \cdot m \cdot h^2)$. Враховуючи, що кількість помилок, що можуть бути скорегованими h=2, і, відповідно до (2) $m=\log_2 n$, то зазначена оцінка складності може бути представлена у вигляді $O(n \cdot \log_2 n \cdot 4)$. Таким чином, запропонований метод дозволяє спростити і, відповідно, прискорити процедуру корекції в $4 \cdot n$. Наприклад для n=1024, теоретична оцінка прискорення корекції при використанні запропонованого методу становить 4096. Проведене експериментальне дослідження показало, що на практиці виграш у швидкодії більш суттєвим, оскільки оцінка (4) не враховує час розв’язання двох систем лінійних рівнянь на полях Галуа.

Ще більший виграш у часі корекції досягається при апаратній реалізації, оскільки пропонований метод використовує гранично прості процедури та операції.

Крім того, запропонований метод не накладає обмежень на довжину блоку даних.

Загальна довжина l контрольного коду C та S обчислюється як сума розрядів всіх k її компонентів. Розрядність перших k компонентів коду C дорівнює розрядності символу – m, компонентів $S - \log_2 k + \log_2 m - 1$. Загальна довжина L контрольного коду дорівнює:

$$L = k \cdot (m + \log_2 m + k - 1) + m \qquad (12)$$

Наприклад, для типових для практики значень розрядності символу m = 8 (QAM-256) і довжини блоку n =1024, довжина контрольного коду становить L =208 бітів, або 26 символів, що становить 2.5% об’єму блоку.

З (12) слідує, що кількість контрольних символів помітно перевищує аналогічний показник для коду Ріда-Соломона. Проте для сучасних швидкостей передачі даних, які вимірюється Мегабайтами за секунду, зменшення на 2-4 порядки часу корекції помилок вагоміше за передачу десятка додаткових символів.

Висновки

В результаті проведених досліджень запропоновано метод прискореної корекції помилок в каналах зі спектральною модуляцією, кратність не більше 2-х.

За рахунок використання більшої кількості контрольних розрядів, в $4 \cdot n$ разів зменшено обчислювальну складність корекції в порівнянні з кодами Ріда-Соломона, що дозволяє на порядки прискорити процес корекції та спростити апаратну реалізацію.

Метод орієнтовано для швидкісних каналів передачі даних між компонентами розподілених систем комп’ютерного управління, що працюють у режимі реального часу.

Список посилань

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. / Б. Скляр // М.: Издательский дом ”Вильямс”. – 2004. – 1104с.
2. Ирвин Дж. Передача данных в сетях: инженерный подход. / Дж. Ирвин, Д. Харль // СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 448 с.
3. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Р. Морелос-Сарагоса. – М.: Техносфера, 2005. – 319с.
4. Reed I.S. Polynomial codes over certain finite fields / I.S. Reed, G. Solomon // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1960. – № 8(2). – Pp. 300-304.
5. Wickers S.B. Reed-Solomon Codes and Their Applications / S.B.Wickers, V.K. Bhargava – IEEE Press. Piscataway, New Jersey. – 1983. – P.433.
6. Марковський О.П. Метод виправлення трьохкратних помилок передачі даних в двійкових симетричних каналах / О.П. Марковський, С.Ю. Терещенко, О.І. Федоречко О.І. // Вісник Національного технічного університету України ”КПІ” Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр. – Київ: ВЕК+. – 2014. – № 60. – С.33-40.