

БАГАТОШЛЯХОВА МАРШРУТИЗАЦІЯ У МЕРЕЖАХ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ З РЕГУЛЯРНОЮ ФРАКТАЛЬНОЮ ТОПОЛОГІЄЮ

Запропоновано підхід щодо побудови регулярної фрактальної топології мереж великої розмірності з використанням властивості самоподібності. Побудова фрактального графа відбувається шляхом заміни відповідного вузла графом-затравкою, а кількість вузлів в отриманому графі залежить від кількості вузлів у початковому графі і номера ітерації графової траєкторії. Для синтезованої фрактальної топології за допомогою методу включення отримано оцінку надійності багатошляхового маршруту у мережі із використанням резервних незалежних шляхів. Показано, що крутизна функції надійності маршруту із розвитком графової траєкторії збільшується, що обумовлено наявністю у поліномі надійності доданків із більшим степенем. Аналіз розрахунків показує, що зі збільшенням графа, значення надійності маршруту зменшується і має чітко виражений екстремум на початкових ітераціях. При збільшенні надійності типового з'єднання від 0.8 і більш, модуль приросту надійності маршруту зменшується, а функція максимальних значень модуля приросту носить лінійний характер.

Proposed campaign to build a regular fractal network topology of large scale with properties of self-similarity. The construction of a fractal graph node is realized by changing the graph-primer as a result, the number of nodes in the resultant graph is dependent on the number of nodes in the graph and the initial iteration number graph path. For fractal topology synthesized by the method of evaluation of the reliability obtained by the inclusion of multipath route network using redundant independent pathways. It is shown that the slope of the function of the reliability of the route with the development of graph path increases, due to the presence in the polynomial terms of reliability with a greater degree. An analysis calculations show that increasing graph route reliability value decreases and has a clearly defined in the initial iterations of the extremum. By increasing the reliability of the model compounds of 0.8 and more, the unit increment the reliability of the route is reduced and the peak value function module increments is linear.

Вступ

Під складними мережами (complex networks) розуміють системи, що складаються з реальних об'єктів і зв'язків між ними. Складна мережа моделюється графом, проте цей граф, як правило, має певну структуру і характерні ознаки [1]. Такі мережі називають безмасштабними (scale-free) або мережами великої розмірності (large scale networks), оскільки середня степінь вершини в них не є значущою, тобто відсутній характерний масштаб [2]. Безмасштабній топології притаманна наявність малої кількості «хабів» (вершин найбільшої степені) і більшого числа вершин малої степені. Складні мережі мають гарно виражену структуру природних співтовариств: вершини мережі розділені по групах, які слабо пов'язані між собою, проте мають більшу щільність ребер усередині. Дослідження безмасштабних властивостей складних мереж пов'язують із фрактальними характеристиками, а мережі, що мають такі характеристики називають фрактальними [3].

Фрактальні мережі широко розповсюджені у природі: від річних мереж до нейромереж. Кінцева мета дослідження таких фрактальних ме-

режевих систем полягає в управлінні динамічними процесами, що відбуваються у них. Дослідження складних мереж є новим підходом, що враховує нетривіальні топологічні характеристики реальних мереж, зокрема телекомунікаційних [4-6]. Якщо складні мережі, як правило, подають зв'язаними графами, вузли яких напряду з'єднуються відповідно до своїх логічних зв'язків, то більшість mesh мереж великої розмірності є просторовими графами, в яких існування зв'язків залежить від розміщення вузлів і характеристик середовища передачі даних [5, 6]. Це свідчить про те, що методи теорії складних мереж не можуть бути безпосередньо застосовані у телекомунікаційних системах, хоча деякі спроби їх використання були запропоновані для опису безпроводових мереж неоднорідними мережами з характеристиками scale-free [2, 11, 12] або small-world [3, 4].

Огляд останніх досліджень і публікацій

Аналіз літератури свідчить, що одним із найбільш розповсюджених методів дослідження структурної динаміки мереж великої розмірності є аналіз розвитку структури. Розвиток структури – це регулярна поява нових елемен-

тів і зв'язків у структурі мережі. Збільшення структури відбувається за правилами, що визначають пріоритетність з'єднання нових елементів із старими. У таких правилах не виключено фактор випадковості.

Так, у роботі [9] запропоновано аналітичні розрахунки динаміки розвитку регулярних фрактальних мереж з точки зору виявлення мінімальної кількості вузлів-драйверів, що необхідні для досягнення повного контролю над мережею. Показано, що управління неорієнтованою мережею в повній мірі визначається спектром власних значень матриці зв'язності, що описує структуру мережі. Самоподібність фрактальних мереж дозволяє на основі власних значень спектру характеристичного рівняння, в залежності від блоку покриття і кроку ітерації побудови графової траєкторії, отримати аналітичні кількісні оцінки параметрів розвитку фрактальних мереж.

В роботі [10] досліджено фрактальні і мультифрактальні властивості класу фрактальних мереж, для яких характерним є наявність нормованого параметру управління e , що використовується для настройки рівня фрактальності у мережі. Розглянуто мультифрактальний характер поведінки таких мереж, залежність відношення фрактальної розмірності і інших мультифрактальних параметрів від параметра e . Показано, що емпіричні фрактальні розмірності таких мереж показують лінійну залежність між середнім значенням інформаційної розмірності і параметром управління e .

В роботі [11] висвітлено питання фрактального масштабування і автотомельної поведінки зв'язаних безмасштабних мереж. Показано, що масштабні властивості ядра фрактальної мережі із збільшенням розмірності, зникають при достатньо великому його значенні. Встановлено, що властивість самоподібності може бути незалежною від фрактальності, і як висновок – деякі нефрактальні мережі автотомельні.

У роботі [12] показано, що ефективність передачі даних у фрактальній області мережі значно нижча, ніж для нефрактальних мереж. Показано, що степеневий розподіл зв'язності вузлів безмасштабних мереж не є достатньою умовою, для того щоб охарактеризувати процеси управління, що відбуваються в них. Оскільки реальні мережі одночасно можуть мати властивості і безмасштабних і фрактальних мереж, для розуміння процесів управління, що відбуваються в них, необхідно аналізувати обидві характеристики.

В іншій роботі [13] запропоновано стратегію маршрутизації для підвищення ефективності передачі даних у складних мережах. Замість того щоб використовувати стратегію маршрутизації для найкоротшого шляху, узагальнено алгоритм маршрутизації для пошуку, так званого, ефективного шляху, який враховує можливе перевантаження у вузлах уздовж фактичних шляхів. Визначено, що у вузлах з найбільшим ступенем, що чутливі до заторів, ефективним способом поліпшення характеристик трафіку та управління перевантаженням є перерозподіл навантаження трафіку з центральних вузлів до інших нецентральної вузлів.

Проте, одним із ефективних методів перерозподілу навантаження та підвищення надійності мережі є багатошляхова маршрутизація [6-8]. Багатошляхової маршрутизації добре опрацьовано у дата-центричних мережах [7]. Актуальним ця проблема постала у безпроводових mesh мережах і на разі активно досліджується [13-16]. У доступній літературі питання оцінки надійності багатошляхової маршрутизації у фрактальних мережах не досліджувались.

Метою роботи є оцінка показників надійності багатошляхової маршрутизації у мережах великої розмірності з регулярною фрактальною топологією.

Виклад основного матеріалу

Для побудови мережі великої розмірності із регулярною фрактальною топологією розглянемо процес побудови фрактального графа.

Фрактальні граfi – це поєднання графа і фрактала, з притаманними властивостями фракталів: самоподібністю, дробовою розмірністю, масштабною інваріантністю тощо. Фрактальні граfi будуються ієрархічно: вершина графа вищого рівня розкриваються у вигляді графа, що подібний попередньому [3, 10, 11]. Процес розкриття рівня ще називають «затравкою» вершини графа.

Формулювання завдання дослідження

Нехай заданий граф $G_L = (V_L, E_L)$, де V_L – множина вершин графа, а E_L – множина його ребер (рис. 1).

Необхідно:

1) Побудувати фрактальних граф, для чого на кожній ітерації графової траєкторії, в $G_l = (V_l, E_l)$, рекурентно замінити кожен його вершину затравкою $H = (W, Q)$.

2) Оцінити надійність фрактального графа мережі великої розмірності.

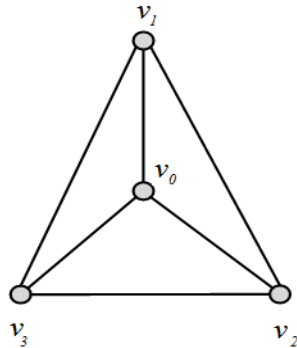


Рис. 1. Граф-затравка $H = (W, Q)$

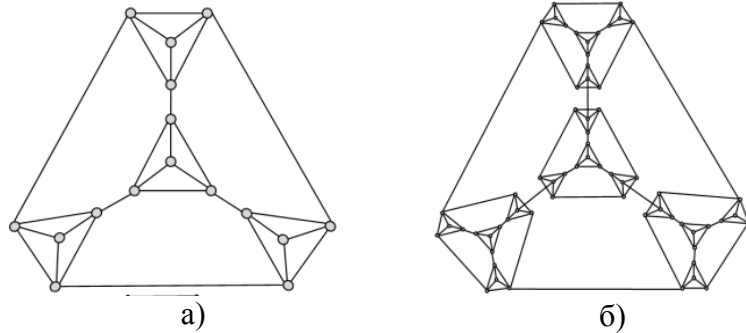


Рис. 2. Побудова фрактального графа: а) 1 ітерація $G_I = (V_I, E_I)$; б) 2 ітерація $G_{II} = (V_{II}, E_{II})$.

Побудова фрактального графа

На початковій ітерації $l=0$ фрактальному графу відповідає затравка у вигляді графа $G_0 = H$ (рис. 1). Етапи $l=1$ і $l=2$ показано на рис. 2. На першому етапі графової траєкторії кількість вершин дорівнює $V_I = 16$, на другому $V_{II} = 64$, на третьому $V_{III} = 256$ і т.д..

Завдання об'єднання вузлів мережі великої розмірності у єдину топологію $G = (V, E)$ описується процедурою побудови фрактального графа і визначається нескінченною траєкторією [3, 11].

Оцінка надійності фрактального графа

Для отриманого фрактального графа $G_L = (V_L, E_L)$ визначимо множину можливих маршрутів $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_N\}$ між двома будь-яким вузлами v_s, v_d на кожній ітерації графової траєкторії.

Із загальної універсальної множини шляхів маршруту $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_N\}$ сформуємо множину $\Pi_{disj}^{s,d} \in \Pi$, що складається із k -альтернативних незалежних шляхів π_i між вузлом-джерелом v_s і вузлом-адресатом v_d :

$$\Pi_{disj}^{s,d} = \{\pi_i(V, E, d(e)), \quad (1)$$

На початковій ітерації $l=0$ фрактальному графу відповідає затравка у вигляді графа $G_0 = H$ (рис. 1). Етапи $l=1$ і $l=2$ показано на рис. 2. На першому етапі графової траєкторії кількість вершин дорівнює $V_I = 16$, на другому $V_{II} = 64$, на третьому $V_{III} = 256$ і т.д..

де $\pi_i = \{(V_s, \{\bar{V}_{\pi_i}, V_d\}, \bar{E}_{\pi_i}, d_{\pi_i}(e))\}$; $i, j = \overline{1, k}$, $i \neq j$; \bar{V}_{π_i} , \bar{E}_{π_i} , $d_{\pi_i}(e)$ – вектор транзитних

вузлів, ребер і вартість шляху π_i потужністю $l-2$, l – кількість вузлів в маршруті, відповідно.

Незалежні шляхи маршруту повинні задовольняти умові:

$$\forall \pi_i : \begin{cases} \bar{V}_{\pi_i} \cap \bar{V}_{\pi_j} / \{v_s, v_d\} = \emptyset; \\ \bar{E}_{\pi_i} \cap \bar{E}_{\pi_j} = \emptyset; \\ d_{\pi_i}(e) = \min_{1 \leq i \leq k} (d(\Pi_{disj}^{s,d})). \end{cases} \quad (2)$$

Ефективність використання $\Pi_{disj}^{s,d}$ для багатозаляхової маршрутизації оцінимо за значенням полінома надійності [8].

При формалізації поняття полінома надійності, скористаємось визначеннями алгебри логіки: для множини мінімальних шляхів $\Pi_{disj}^{s,d}$ уведемо подію E_i , що всі ребра шляху π_i , між v_s і v_d працездатні. Події $\{E_i\}$ не є незалежними.

Нехай \bar{E}_i – доповнення події E_i . Тоді визначимо подію $D_1 = E_1$, у цілому:

$$D_i = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_{i-1} \cap E_i. \quad (3)$$

Події D_i є незалежними і часто називаються подіями «незалежного добутку». У такому випадку надійність багатозаляхового маршруту мережі розраховується, як:

$$P^{s,d}(\pi_i(V, E, d(e))) = \sum_{i=1}^k P[D_i]. \quad (4)$$

Доданки поліному надійності, відповідно до методу включення/виключення, у загальному випадку можна описати як:

$$\sum_{j=1}^k (-1)^{j+1} \sum_{i \subseteq \{1, \dots, k\}} P(E_i) \quad (5)$$

де E_i - подія, що всі шляхи $\forall \pi_i \in \Pi_{disj}^{s,d}$ при $i \in \overline{1, k}$ формуються не триваліше ніж t .

Проаналізуємо надійність багатошляхового маршруту $\Pi_{disj}^{1,3} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\}$ для вузлів $v_s = v_1, v_d = v_3$. Множина $\Pi_{disj}^{1,3}$ складається із трьох шляхів: $\pi_1 = \{v_1, v_3\}$; $\pi_2 = \{v_1, v_2, v_3\}$; $\pi_3 = \{v_1, v_0, v_3\}$ [8, 14, 15]. шляхів. Нескладно помітити, що багатошляховий маршрут і для інших двох довільних вузлів у графі-затравці буде складатись із одного прямого шляху і двох транзитних.

Надійність кожного шляху залежить від надійності вузла-джерела, надійності вузла-адресату, надійності з'єднання (ребра графа):

$$P_{disj}^{1,3}(\pi_1) = p_{v1} * p_{e_{v1,v3}} * p_{v3},$$

$$P_{disj}^{1,3}(\pi_2) = p_{v1} * p_{e_{v1,v2}} * p_{v2} * p_{e_{v2,v3}} * p_{v3},$$

$$P_{disj}^{1,3}(\pi_3) = p_{v1} * p_{e_{v1,v0}} * p_{v0} * p_{e_{v0,v3}} * p_{v3}.$$

Введемо обмеження, що всі вершини та ребра графа-затравки мають однакову надійність p_{v0} і p_{e0} , відповідно. Тоді:

$$P_{disj}^{1,3}(\pi_1) = p_{v0}^2 * p_{e0},$$

$$P_{disj}^{1,3}(\pi_2) = P_{disj}^{1,3}(\pi_3) = p_{v0}^3 * p_{e0}.$$

Відповідно до методу включення [8], поліном надійності багатошляхового маршруту, що складається з трьох незалежних шляхів приймає вигляд:

$$\Pi_{disj(0)}^{1,3} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\} = P_{disj}^{1,3}(\pi_1) + P_{disj}^{1,3}(\pi_2, \pi_3) - P_{disj}^{1,3}(\pi_1) * P_{disj}^{1,3}(\pi_2, \pi_3),$$

де $P_{disj}^{1,3}(\pi_2, \pi_3) = P(\pi_2) + P(\pi_3) - P(\pi_2) * P(\pi_3)$.

За умови уведених обмежень (5),

$$\Pi_{disj(0)}^{1,3} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\} = p_{v0}^2 * p_{e0} + 2p_{v0}^3 * p_{e0} - 2p_{v0}^5 * p_{e0}^3 - p_{v0}^6 * p_{e0}^4 + p_{v0}^8 * p_{e0}^5.$$

На наступній ітерації побудови графової траєкторії поліном надійності багатошляхового маршруту між довільними двома вузлами описується аналогічним чином, лише за однією відмінністю: за значення надійності вузла на поточній ітерації приймається значення поліному надійності всього графа, що визначається на попередній ітерації $p_{v1} = \Pi_{disj(0)}^{1,3}$, $p_{v2} = \Pi_{disj(I)}^{1,3}$ і т.д.. Розраховані значення надійності маршруту для чотирьох ітерацій графової траєкторії наведено у табл. 1.

Табл. 1. Значення надійності багатошляхового маршруту у фрактальному графі

p_{e0}	$\Pi_{disj(0)}^{1,3}$	$\Pi_{disj(I)}^{1,3}$	$\Pi_{disj(II)}^{1,3}$	$\Pi_{disj(III)}^{1,3}$	$\Pi_{disj(IV)}^{1,3}$
0,1	0,11791	0,001423	2,02555E-07	4,10286E-15	1,68335E-30
0,2	0,26272	0,015234	4,67008E-05	4,36201E-10	3,80542E-20
0,3	0,42033	0,06562	0,001342576	5,41189E-07	8,78656E-14
0,4	0,57664	0,185386	0,015756907	0,000100564	4,04556E-09
0,5	0,71875	0,389609	0,103021571	0,005850453	1,7214E-05
0,6	0,83616	0,638131	0,379096422	0,12172117	0,010176132
0,7	0,92197	0,846335	0,753617872	0,623753841	0,435115762
0,8	0,97408	0,959797	0,950427246	0,943701829	0,938593769
0,9	0,99639	0,995794	0,995690162	0,995671903	0,995668687

Для розглянутого графу за умови абсолютної надійності вузлів у початковому графі $p_{v0} = 1$ при різних значеннях надійності p_{e0} було оці-

нено надійність багатошляхового маршруту на кожній ітерації розвитку графової траєкторії (рис. 3).

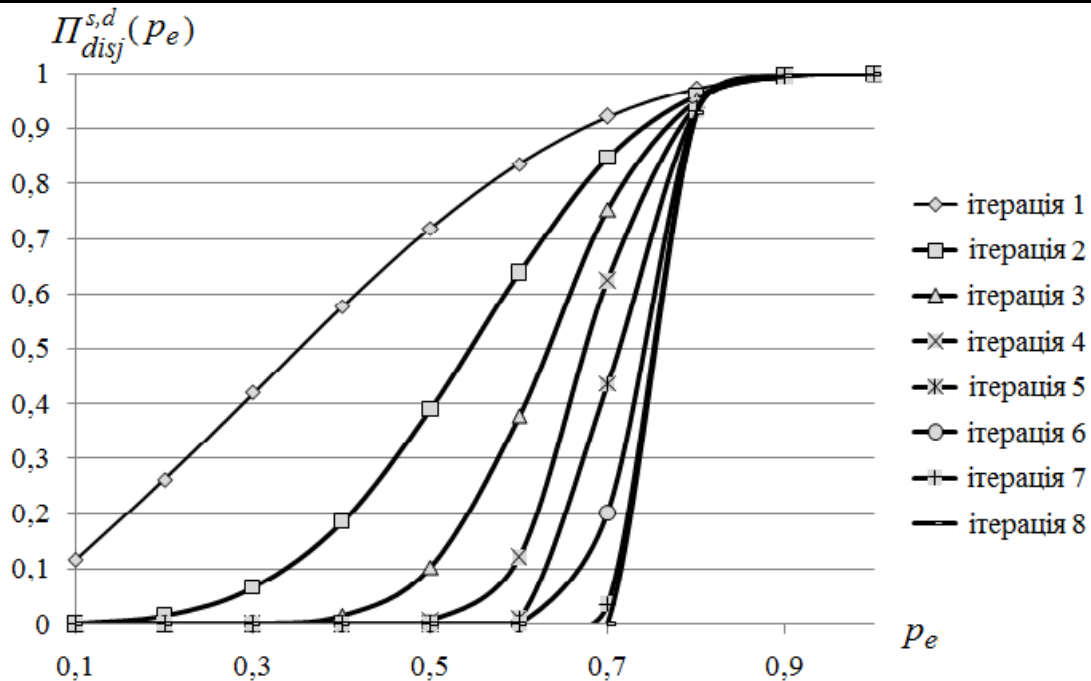


Рис. 3. Залежність надійності багатопляхового маршруту на різних ітераціях графової траєкторії від надійності типового з'єднання p_e

Із розвитком графової траєкторії крутизна залежності надійності багатопляхового маршруту збільшується, що обумовлено наявністю у поліномі надійності доданків із більшим степенем.

Для заданого графа-затравки $H = (W, Q)$, на кожній ітерації $n = 1, 2, 3, \dots$ кількість вузлів у фрактальному графі збільшується зі швидкістю W^n : на першій ітерації до графу включено 16 вузлів, на другій – 64, на третій – 256, на четвертій – 1024, на п'ятій – 4096 і т.д.

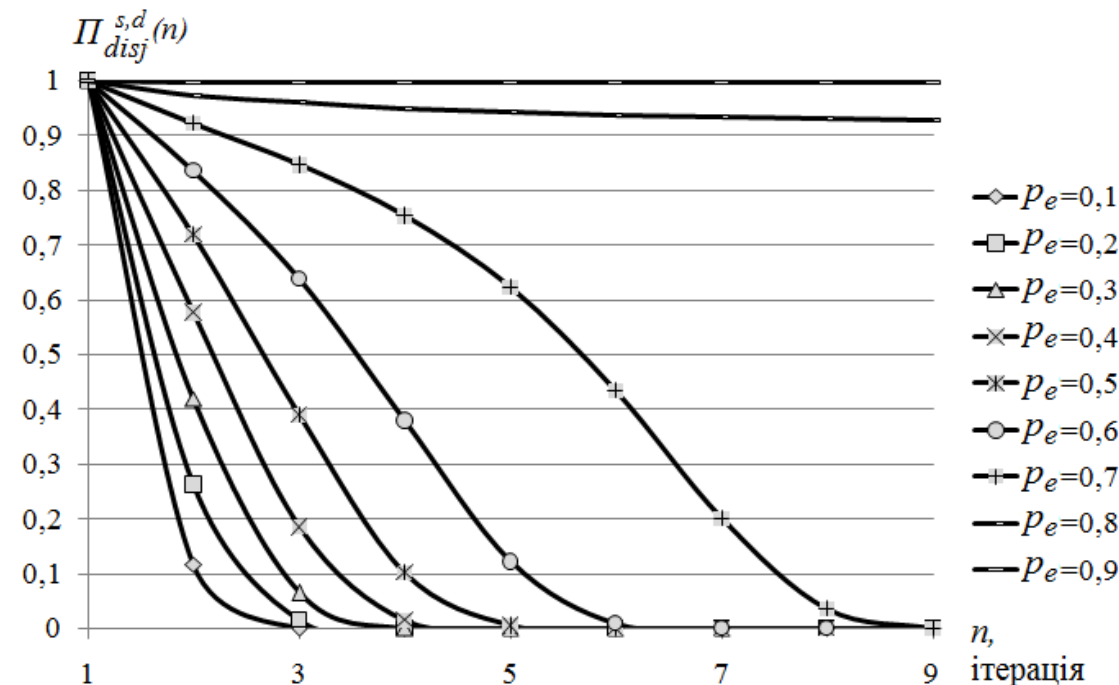


Рис. 4. Залежність надійності багатопляхового маршруту від кількості ітерації графової траєкторії для різних значень надійності типового з'єднання p_e

На рис. 4 показано як змінюється надійність багатопляхового маршруту із розвитком графової траєкторії в залежності від різних значень надійності типового з'єднання p_e . Для $p_e > 0.8$ залежність має лінійний характер.

Оцінимо приріст в надійності багатопляхового маршруту із збільшенням фрактального графа від надійності типового з'єднання p_e :

$$\Delta \Pi_{disj}^{s,d}(N, N-1)(P_e) = \left| \Pi_{disj}^{s,d}(N)(P_e) - \Pi_{disj}^{s,d}(N-1)(P_e) \right|.$$

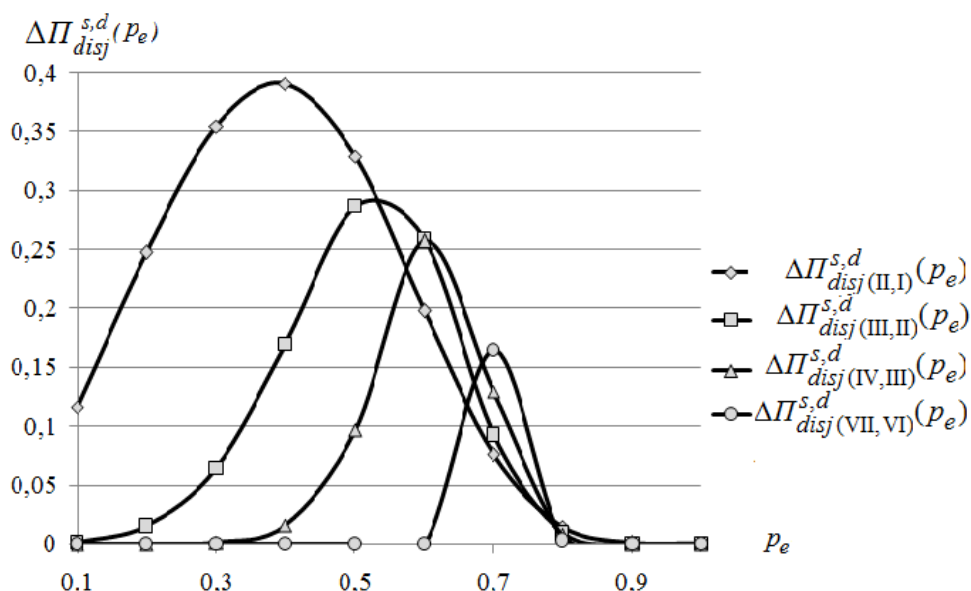


Рис. 5. Залежність приросту надійності $\Delta\Pi_{disj(N,N-1)}^{s,d}(p_e)$ від надійності з'єднання p_e

Аналіз аналітичних розрахунків показує, що із розвитком графа надійність багатошляхового маршруту змінюється і залежить від значення надійності типового з'єднання на кожній ітерації. Всі залежності $\Delta\Pi_{disj(N,N-1)}^{s,d}(p_e)$ мають екстремум для кожного етапу побудови графа. На початкових ітераціях зміна надійності траєкторії $\Delta\Pi_{disj(\text{II,I})}^{s,d}(p_e)$ при $p_e \approx 0,4$ досягає 40%, на наступних ітераціях екстремум функції зменшується при зміщенні p_e до 0,8 (рис. 3), а функція $\max(\Delta\Pi_{disj(N,N-1)}^{s,d}(p_e))$ має лінійний характер.

Висновки

Враховуючи, що багатошляхова маршрутизація повинна бути реалізована без надмірних витрат управління, побудова топології мережі великої розмірності у вигляді регулярного фрактального графа, за рахунок внесеної надмірності доступних шляхів у багатошляховому маршруті, дозволяє поліпшити відмовостійкість мережі, покращити пропускну здатність, збалансувати завантаження, підвищити стійкість до помилок, покращити показники безпеки.

Запропонований підхід дозволяє оцінити надійність мережі великої розмірності на етапі проектування і висунути вимоги щодо надійності функціонування вузлів і з'єднань.

Список посилань

1. Cui L.Y., Kumara S., Albert R. Complex networks: an engineering view. // IEEE Circuits and Systems Magazine. – 2010. – Vol.10, no.3. – P. 10-25.
2. Lurong Jiang, Xinyu Jin, Yongxiang Xia, Bo Ouyang, Duanpo Wu, Xi Chen. A scale-free topology construction model for wireless sensor networks. // International Journal of Distributed Sensor Networks. – 2014. – Vol. 1. – ID 764698, 8 p.
3. Danik Yu., Kulakov Yu., Vorotnikov V., Gumenyuk I. Synthesis of complex networks regular fractals. // The advanced science journal. – 2014. – Issue 10, Vol. – ISSN 2219-746X. DOI: 10.15550/ASJ.2014.10. P. 72-78.
4. Helmy A. Small worlds in wireless networks. // IEEE Communications Letters. – 2003. – Vol.7, no.10. – P.490-492.
5. Ishizuka M., Aida M. The reliability performance of wireless sensor networks configured by power-law and other forms of stochastic node placement // IEICE Transactions on Communications. – 2004. – Vol.87, no.9. – P.2511-2520.
6. Kulakov Yu., Vorotnikov V., Boychenko O. Multicriterion estimation of efficiency of mobile network clustering. // The advanced science journal. – 2015. – Issue 1, Vol. ISSN 2219-746X. DOI: 10.15550/ASJ.2015.01. – P. 61-67.

7. Uster H., Lin H. Integrated topology control and routing in wireless sensor networks for prolonged network lifetime. // *Ad Hoc Networks*. – 2011. – Vol. 9, no. 5. – P.835-851.
8. Mosko M., Garcia-Luna-Aceves J.J. Multipath Routing in Wireless Mesh Networks. // *Proc. IEEE Workshop on Wireless Mesh Networks (WiMesh)*. – 2005. – Santa Clara, USA. – [citeseerx.ist.psu.edu/doi=10.1.1.111.1251].
9. Jingwen Li, Zhengzhong Yuan, Ying Fan, Wen-Xu Wang, Zengru Di. Controllability of fractal networks: An analytical approach. – // *EPL*. – 2014. – [doi:10.1209/0295-5075/105/58001]
10. Bao-Gen Li, Zu-Guo Yu, Yu Zhou. Fractal and multifractal properties of a family of fractal networks. // *J. Stat. Mech.* – 2014. P02020. [doi:10.1088/ 1742-5468/2014/02/P02020].
11. Kim J. S., Goh K-I, Kahng B. and Kim D. Fractality and self-similarity in scale-free networks. // *New J. Phys.* – 2007. [doi:10.1088/1367-2630/9/6/177].
12. Zhongzhi Zhang, Wenlei Xie, Shuigeng Zhou, Shuyang Gao, Jihong Guan. Anomalous behavior of trapping on a fractal scale-free network. // *EPL*. – 2009. – [doi:10.1209/0295-5075/88/10001].
13. Gang Yan, Tao Zhou, Bo Hu, Zhong-Qian Fu, Bing-Hong Wang. Efficient routing on complex networks. // *Phys. Rev.* – 2006.
14. Valarmathi K. , Malmurugan Dr. N. Reliable multipath routing for 802.16 wireless mesh networks. // *Indian Journal of Computer Science and Engineering*. – 2011. – Vol. 2, No. 6. – P. 966-976.
15. Fonseca C., Mocito J., Rodrigues L. Low-Coupling Cluster-based Multipath Routing for Wireless Network. // *20th ICCCN, Maui, Hawaii*. – 2011. – P. 216.
16. Kaabi F., Ghannay S., Filali F. Channel Allocation and Routing in Wireless Mesh Networks: A survey and qualitative comparison between schemes // *International Journal of Wireless & Mobile Networks (IJWMN)*. – 2010. – Vol.2, No.1. – P. 132-150.