

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВОИЧНО-ТРОИЧНО-ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В статье показывается применение двоично-троично-десятичной системы счисления (ДТДСС) для декодирования в цифро-аналоговом преобразователе (ЦАП). Предложены оптимальные варианты кодирования цифр для ДТДСС.

The article shows the use of binary-ternary-decimal numeral system (BTDNS) for decoding into digital-to-analog converters (DAC). We consider the optimal variants for encoding numbers for BTDNS

Введение

Техническая реализация преобразователей двоично десятичных систем счисления ДДСС требует 4 переключателя, 8 ключей напряжения на тетраду и 4 резистора, при параллельной структуре [1]. С целью уменьшения аппаратных затрат, и увеличения точности относительно ДДСС 8421 предлагается использовать двоично-троично-десятичную систему счисления ДТДСС.

Представление некоторой величины A , как последовательность символов $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ (цифровых или буквенных), в некоторой системе счисления, принято называть операцией кодирования [2, 3].

Величина A , с точки зрения представления информации, является аналоговой величиной, а последовательность символов – цифровой. Таким образом, операция кодирования является аналого-цифровым преобразованием, а декодирование, в свою очередь, цифро-аналоговым преобразованием.

При выполнении операции однополярного кодирования, т.е. для $A \geq 0$, значение величины A определяется по формуле:

$$A = \sum_{i=1}^n a_i g_i, \quad (1)$$

где a_i – значение i -го разряда, g_i – вес i -го разряда [2].

Операция декодирования выполняется в соответствии с формулой:

$$X = m_d \cdot \sum_{i=1}^n a_i g_i, \quad (2)$$

При выполнении операции биполярного декодирования, т.е. для $-1 < A < +1$, формулы для определения значения A зависят от кода, кото-

рый используется для представления биполярной информации [3].

Альтернатива ДДСС

Для примера рассмотрим двоично-троично-десятичную систему счисления ДТДСС, как альтернативу ДДСС. Она использует триады (три разряда) для кодирования десятичных цифр [3]. Далее рассмотрим самые оптимальные варианты. В таблице 1.1 Приведено оптимальное кодирование десятичных цифр для ДТДСС 621 и ДТДСС 531.

Следует отметить, что для ДТДСС 621 первый и третий разряд – двоичные, а второй – троичный, а для ДТДСС 531 первый и второй разряд – двоичные, а третий – троичный [4].

**Табл. 1.1 Оптимальное кодирование цифр
для ДТДСС 621 и ДТДСС 531**

	ДТДСС			ДТДСС		
	6	2	1	5	3	1
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	-1
3	0	1	1	0	1	0
4	1	-1	0	0	1	1
5	1	-1	1	1	0	0
6	1	0	0	1	0	1
7	1	0	1	1	1	-1
8	1	1	0	1	1	0
9	1	1	1	1	1	1

Однополярное декодирование и в ДТДСС осуществляется по формуле (2).

Для представления биполярной информации в ДТДСС могут использоваться все коды (инверсный, дополнительный, смещенный и прямой).

Однако следует учитывать, что ДТДСС используется только при декодировании, а в процессорах используется ДДСС [5].

Следовательно, перед выполнением операции декодирования необходимо преобразовать числа из кода ДДСС в код ДТДСС.

Биполярное кодирование в ДТДСС 621

Для положительных чисел ($A \geq 0$) $a_0^i = 0$ значение величины A определяется по формуле:

$$A = \sum_{i=1}^n a_i^i g_i. \quad (3)$$

Для отрицательных чисел ($A < 0$) $a_0^i = 1$ значение величины A определяется по формуле:

$$A = -\sum_{i=1}^n \bar{a}_i^i g_i. \quad (4)$$

Это связано с тем, что для троичных разрядов $\bar{a}_i \neq 0 - a_i$ в отличие от двоичных разрядов, где $\bar{a}_i = 0 - a_i$.

В троичном разряде целесообразно использовать формулу $\bar{a}_i = -a_i$, т.е. инверсию осуществлять не относительно 1, а относительно 0 ($\bar{a}_i = 0 - a_i$).

Так, если $a_i = -1$; $\bar{a}_i = 1$; если $a_i = 0$; $\bar{a}_i = 0$; если $a_i = 1$; $\bar{a}_i = -1$;

Так как два двоичных разряда ДДСС эквивалентны одному троичному, то для удобства преобразования чисел из ДДСС в ДТДСС в таком инверсном коде 621, следует ввести следующее кодирование троичной цифры двумя двоичными разрядами:

$$-1 \Rightarrow 00; 0 \Rightarrow 01 \text{ и } 10; +1 \Rightarrow 11.$$

Возможно использование и другого варианта в троичном разряде $\bar{a}_i = 1 - a_i$ для цифр 0 и +1 и $\bar{a}_i = -a_i$ для цифры -1. Однако этот вариант существенно усложняет декодирование и построение ЦАП.

Кодирование отрицательных чисел в таком инверсном коде ДТДСС 621 выполняется в соответствии с таблицей 1.2.

Для положительных чисел ($A \geq 0$) $a_0^i = 0$ и значение величины A для инверсного кода ДТДСС 621 определяется по формуле (3).

Для одной десятичной цифры:

$$A = \sum_{i=1}^3 a_i g_i. \quad (5)$$

Для отрицательных чисел ($A \leq 0$) $a_0^i = 1$ и значение величины A для этого кода определяется по формуле (4).

Так как для ДТДСС 621 $\bar{a}_1 = 1 - a_1$; $\bar{a}_3 = 1 - a_3$; $\bar{a}_2 = -a_2$ и т.д., то для отрицательных чисел получаем:

$$A = -\sum_{i=1}^n \bar{a}_i^i g_i = -g_0^{-2} + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i, \quad (6)$$

где $g_0^{-2} = g_0^{-n} - \sum_{i=1}^m g_{3k-1}$, а $g_0^{-n} = g_n$.

Например, для $n=6$ и $m=2$ получаем: $g_0 = 1$;

$$g_6 = 0.01; \sum_{i=1}^m g_{3k-1} = g_2 + g_5 = 0.3 + 0.03 = 0.33$$

и $g_0^{-2} = 0.66$, так как $g_0 = 1$; $g_2 = 0.3$; $g_3 = 0.1$; $g_4 = 0.06$; $g_5 = 0.06$; $g_6 = 0.01$;

Совместное рассмотрение формул (4) и (6) позволяет получить одну (первую) формулу для определения значения биполярной величины A для инверсного кода ДТДСС 621:

$$A_1^i = a_0^i (-g_0^{-2}) + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i. \quad (7)$$

Из этой формулы легко можно получить и формулу A_2^i введением замены $a_0^i = 1 - \bar{a}_0^i$.

$$A_2^i = (-g_0^{-2}) + \bar{a}_0^i g_0^{-2} + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i. \quad (8)$$

Однако, поскольку в ЦАП всё равно выполняется преобразование кода ДДСС в код ДТДСС, то можно использовать и другой инверсный код ДТДСС 621, который можно назвать инверсным кодом 621+2, но в отличие от кода 8421+3 смещаться будут коды только для отрицательных чисел.

Для отрицательных чисел, инверсном коде 621+2, в каждую триаду добавляется число 2, т.е. 010 (см. табл. 1.2.).

Биполярное кодирование в ДТДСС 531

Для положительных чисел ($A \geq 0$) $a_0^i = 0$ значение величины A определяется по формуле (4).

Для отрицательных чисел ($A \leq 0$) $a_0^i = 1$ значение величины A определяется не по формуле (4), а по другой.

Это связано, как и для ДТДСС 621, с тем, что для троичных разрядов $\overline{a_0^i} \neq 1 - a_0^i$. В троичном

разряде целесообразно использовать формулу $\overline{a_0^i} \neq a_0^i$. т.е. инверсию осуществлять относительно 1 , а не относительно 0 .

Табл. 1.2. Кодирование десятичной цифры в ДТДСС 621.

$\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$A \geq 0$ Код 621	$-\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$A \leq 0$ Код 621	$\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$\sum_{i=1}^3 a_i g_i + g_2$	$A \leq 0$ Код 621+2
0	000	-0	101	7	9	111
1	001	-1	100	6	8	110
2	010	-2	1-11	5	7	101
3	011	-3	1-10	4	6	100
4	1-10	-4	011	3	5	1-11
5	1-11	-5	010	2	4	1-10
6	100	-6	001	1	3	011
7	101	-7	000	0	2	010
8	110	-8	0-11	-1	1	001
9	111	-9	0-10	-2	0	000

Так, если $a_i = -1$, то $\overline{a_i} = 1$, если $a_i = 0$, то $\overline{a_i} = 0$, если $a_i = 1$, то $\overline{a_i} = -1$.

Так как два двоичных разряда ДДСС эквиваленты одному троичному[5], то для удобства преобразования чисел из ДДСС в ДТДСС в таком инверсном коде 531 следует ввести кодирование троичной цифры двумя двоичными разрядами, как и для инверсного кода 621.

Кодирование отрицательных чисел в таком инверсном коде ДТДСС 531 выполняется в соответствии с табл. 1.3.

Возможно также использование и другого варианта для троичного разряда: $\overline{a_i} = 1 - a_i$ для цифр 0 и 1 и $\overline{a_i} = -a_i$ для цифры -1, однако этот вариант усложняет декодирование.

Для положительных чисел ($A \geq 0$) $a_0^i = 0$ и значение величины A для инверсного кода 531 определяется как и для инверсного кода 621 по формуле (7).

Для отрицательных чисел ($A \leq 0$) $a_0^i = 1$ и значение величины A для этого кода определяется по формуле (4).

Так как для ДТДСС 531 $\overline{a_1} = 1 - a_1$; $\overline{a_2} = 1 - a_2$; $\overline{a_3} = -a_3$ и т.д., то для отрицательных чисел получаем:

$$A = -\sum_{i=1}^n \overline{a_i^i} g_i = -g_0^{-1} + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i, \quad (9)$$

где $g_0^{-1} = g_0^{-n} - \sum_{k=1}^m g_{3k}$, а $g_0^{-n} = g_0 - g_n$.

Например, для $n=6$ и $m=2$ получаем: $g_0 = 1$,

$$g_6 = 0.01 \sum_{k=1}^m g_{3k} = g_3 + g_6 = 0.11 \quad \text{и} \quad g_0^{-1} = 0.88,$$

так как $g_1 = 0.5, g_2 = 0.3, g_3 = 0.1, g_4 = 0.05, g_5 = 0.03, g_6 = 0.01$.

Совместное рассмотрение формул (3) и (9) позволяет получить одну (первую) формулу для определения значения биполярной величины A для инверсного кода ДТДСС 531:

$$A_1^i = a_0^i (-g_0^{-1}) + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i. \quad (10)$$

Из этой формулы можно получить формулу A_2^i введением $a_i^i = 1 - \overline{a_0^i}$:

$$A_2^i = (-g_0^{-1}) + \overline{a_0^i} g_0^{-1} + \sum_{i=1}^n a_i^i g_i; \quad (11)$$

Однако, поскольку в ЦАП всё равно выполняется преобразование кода ДДСС в код ДТДСС[6], то можно использовать и другой инверсный код, который можно назвать инверсным кодом 531+1, но в отличие от кода 8421+3 ДДСС 8421 смещаться будут коды только для отрицательных чисел[7].

В инверсном коде 531+1 для отрицательных чисел в каждую триаду добавляется число 1, т.е. 001(см. табл. 1.3.)

Интересно отметить, что в коде 531+1 $\overline{a_1} = 1 - a_1$; $\overline{a_2} = 1 - a_2$ (для $a_3 = 0$ или $a_3 = 1$) и $\overline{a_2} = -a_2$ (для $a_3 = -1$); $\overline{a_3} = 1 - a_3$ (кроме $a_3 = -1$) и $\overline{a_3} = -a_3$ (для $a_3 = -1$) и т.д.

Для отрицательных чисел ($A \leq 0$) в таком инверсном коде 531+1 значение величины A определяется по формуле:

$$A = - \left[\sum_{i=1}^n \overline{a_i} g_i + \sum_{k=1}^m g_{3k} \right] = -g_0^{-n} + \sum_{i=1}^n a_i g_i \quad (12)$$

Табл. 1.3. Кодирование десятичной цифры в ДТДСС 531

$\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$A \geq 0$ Код 531	$-\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$A \leq 0$ инв. код 531	$\sum_{i=1}^3 a_i g_i$	$\sum_{i=1}^3 a_i g_i + g_3$	$A \leq 0$ инв. код 531+1
0	000	-0	110	8	9	111
1	001	-1	111	7	8	110
2	01-1	-2	101	6	7	11-1
3	010	-3	100	5	6	101
4	111	-4	10-1	4	5	100
5	100	-5	010	3	4	011
6	101	-6	00-1	2	3	010
7	11-1	-7	001	1	2	01-1
8	110	-8	000	0	1	001
9	111	-9	00-1	-1	0	000

Выводы

Предложенные в статье двоично-троично-десятичные системы счисления ДТДСС 621 и 531, позволяют кодировать десятичные цифры используя триады, в которых два двоичных и один троичный разряд с цифрами -1, 0 и +1.

Это позволяет упростить инверсные резистивные матрицы и декодирующие сетки таких ЦАП как ДТДСС 621 и 531. Остальные системы ДТДСС (721, 631, 731, 831, 931, 732, 932) используют один двоичный и два троичных разряда. Использование представленных систем позволяет сократить количество аппаратных затрат: использовать 3 переключателя и 7 ключей напряжения.

Список литературы

1. Никамин В.А. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи. – Санкт-Петербург: Корона принт, 2012. – 224с.
2. Жан М. Рабаи. Цифровые интегральные схемы / Ананта Ч., Боривож Н. // – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.
3. Гнатек Ю.Р. Справочник по цифроаналоговым и аналого-цифровым преобразователям. – Москва: М.: Радио и связь, 1982. – 553с.
4. Raj Kamal. Digital Systems Principles and Design. – Pearson Education India, 2007. – 524с.
5. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи. – Справочник СПб.: Корона принт, 2003. – 224 с.
6. Федорков Б. Г. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение. / Б. Г. Федорков, В. А. // Телец. – 2007. – 530с.